Curso de Física Estatística

1^a Lista - 1^0 semestre 2012

Prof. Anna Chame

Capítulo 1 do Reif ou 1 Salinas

- Reif 1.1 (prob 1.1 Salinas). Qual é a probabilidade de fazer pelo menos seis pontos numa jogada de três dados ?

  Reif 1.5. No macabro jogo de roleta russa (absolutamente não recomendado), insere-se uma única bala no tambor de um revólver, deixando as outras cinco câmaras do tambor vazias. Roda-se o tambor, mira-se na própria cabeça e puxa-se o gatilho.

  a) qual é a probabilidade de ainda estar vivo depois de jogar este jogo N vezes ?

  b) qual é a probabilidade de sobreviver (N-1) vezes nesse jogo e depois ser morto na N-ésima vez que se puxa o gatilho?

- Reif 1.4. Um bêbado começa a caminhar a partir de um poste no meio de uma rua, dando passos de igual comprimento para a direita ou para a esquerda com igual probabilidade. Qual é a probabilidade de que o homem vá estar de novo no poste depois de N passos

  a) se N é par?

  b) se N é ímpar ?

- Reif 1.9 (prob 1.5 Salinas). Mostrou-se que a probabilidade $W_N(n)$ de que um evento caracterizado pela probabilidade p ocorra n vezes em N tentativas é dada pela distribuição binomial

$$W_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}$$

  Considere a situação onde a probabilidade p seja pequena ($p << 1$) e onde estamos interessados no caso $n << N$ (Note que se N é grande, $W_N(n)$ se torna muito pequeno se $n \to N$, devido ao fator p^n, muito pequeno quando $p << 1$. Assim W(n) só será de fato apreciável quando

$n << N$). Nesse caso, diversas aproximações podem ser feitas para reduzir a distribuição binomial a uma forma mais simples.

a) Usando o resultado $ln(1-p) \approx -p$ mostre que $(1-p)^{N-n} \approx e^{-Np}$

b) Mostre que $\frac{N!}{n!(N-n)!} \approx N^n$.

c) Mostre que a distribuição binomial se reduz a

$$W(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$$

onde $\lambda = Np$ é o número médio de eventos. Esta é a distribuição de Poisson.

- Reif 1.11. Suponha que erros tipográficos cometidos por um digitador ocorram de modo completamente aleatório. Suponha que um livro de 600 páginas contenha 600 desses erros. Use a distribuição de Poisson para calcular a probabilidade

  a) de que uma página não contenha erros.

  b) de que uma página contenha ao menos 3 erros.

- Reif 1.16. Considere um gás de N_0 moléculas não-interagentes dentro de um volume V_0. Focalize a atenção em qualquer subvolume V deste recipiente e denote por N o número de moléculas localizadas neste subvolume. Cada molécula tem igual probabilidade de estar localizada em qualquer lugar dentro do recipiente, então a probabilidade de que uma dada molécula esteja localizada no subvolume V é simplesmente $p = V/V_0$.

  (a) Qual é a probabilidade de ter N moléculas dentro do subvolume V e $N_0 - N$ fora dele ?

  b) Qual é o número médio $< N >$ de moléculas no subvolume V ?

  c) Qual é a dispersão $< (N- < N >)^2 >$?

- Reif 1.22 (prob 1.6 Salinas).

  Considere a caminhada aleatória de uma partícula em uma dimensão. Depois de N passos a partir da origem, sua posição é dada por

  $x = \sum_{j=1}^{N} s_j$

onde $\{s_j\}$ é um conjunto de variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas, dadas pela distribuição de probabilidades

$$w(s) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} e^{-\frac{(s-\ell)^2}{2\sigma^2}}$$

onde σ e ℓ são constantes positivas.

Após N passos,

(a) qual o deslocamento médio $< x >$ a partir da origem ?

(b) qual a dispersão $< (x- < x >)^2 >$?

- Reif 1.23 (prob 1.6 Salinas).

  Considere o problema da caminhada aleatória de uma partícula em uma dimensão. Depois de N passos a partir da origem , a posição é dada por

  $x = \sum_{j=1}^{N} s_j$

  onde $\{s_j\}$ é um conjunto de variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas. Admita que em cada passo o deslocamento é sempre positivo, com probabilidades iguais de se situar em qualquer ponto no intervalo entre $\ell - b$ e $\ell + b$, com $0 < b < \ell$.

  Após N passos, quais serão os valores

  (a) do deslocamento médio $< x >$?

  (b) da dispersão $< (x- < x >)^2 >$?

- Reif 1.14 Uma moeda é lançada para o alto 400 vezes. Encontre a probabilidade de obter 215 caras (sugestão: use a aproximação Gaussiana).

- Reif 1.12 Considere partículas alfa emitidas por uma fonte radioativa durante um intervalo de tempo t. Pode-se imaginar que esse intervalo de tempo seja subdividido em vários pequenos intervalos Δt. Como as partículas alfa são emitidas em instantes aleatórios, a probabilidade de que uma desintegração radioativa ocorra durante qualquer um destes intervalos Δt é completamente independente da ocorrência de desintegrações em outros intervalos de tempo. Além disso, Δt pode ser escolhido de tal modo pequeno que a probabilidade de mais de uma desintegração ocorrer em Δt seja desprezível. Isto significa que existe alguma probabilidade p de ocorrer uma desintegração durante um tempo Δt (com $p << 1$, já que Δt foi escolhido suficientemente pequeno) e probabilidade $1 - p$ de não haver desintegração durante este tempo. Cada um dos Δt pode então ser associado a uma tentativa independente, havendo um total de $N = t/\Delta t$ tentativas durante o tempo t.

(a) Mostre que a probabilidade $W(n)$ de n desintegrações ocorrerem em um tempo t é dada pela distribuição de Poisson.

(b) Suponha que uma determinada fonte apresente em média 24 desintegrações por minuto. Qual é a probabilidade de obter n desintegrações em um intervalo de 10 segundos ? Obtenha valores numéricos para $n = 0, 4$ e 8